

## Построяване на вторични и третични модели на някои равнинни лостови механизми с помощта на компютър

доц. д-р В. Ж. Тенчев, гл. ас. д-р Е. С. Крайчев, доц. д-р Г. Б. Таков  
МГУ „Св. Иван Рилски” – София, катедра „Машинознание”

**Резюме:** В настоящата работа се третират т.нар. вторични и третични модели на някои равнинни лостови механизми. Чрез тези модели се определят ъгловите скорости и ъгловите ускорения на техните звена и на скоростите и ускоренията на произволни точки от тях за даден момент от движението. Направена е илюстрация върху коляно-мотовилков механизъм. Решен е конкретен пример с помощта на специализирана компютърна програма, като е избрано положение на механизма, при което построенията на моделите излизат извън границите на чертожния лист.

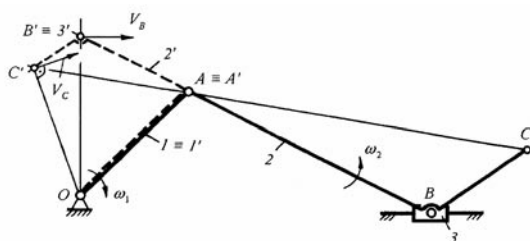
**Ключови думи:** механизъм, вторичен модел, третичен модел, скорости, ускорения.

Равнинните лостови механизми намират широко приложение в техниката. Някои от тях, като коляно-мотовилковия, четиризвения, кулисният и др., се срещат в двигателите с вътрешно горене, компресорите, при машините от хранителната и минната промишленост. Преобразуването на въртливо движение в праволинейно, използвано при работните органи на металорежещите машини, в много случаи се осъществява от такъв тип механизми. В тази връзка изследването на тези механизми непрекъснато се развива.

Въпросът за бързото определяне на ъгловите скорости и ускорения на звената на равнинните лостови механизми и на скоростите и ускоренията на произволни точки от тези звена за даден момент от движението е винаги актуален. Една възможност в тази насока дават т.нар. вторични и третични модели на механизмите, разгледани в работи [1], [2], [3], [4], [5] и [6]. Тази възможност става още по-ефективна, ако се съчетае със съвременните компютърни технологии.

Ще се покаже построяването на вторичния и третичния модел на коляно-мотовилков механизъм и определянето чрез тези модели на ъгловата скорост и ъгловото ускорение на мотовилката, както и на скоростите и ускоренията на произволни точки от звената на механизма за даден момент от движението (респ. за дадено положение на механизма).

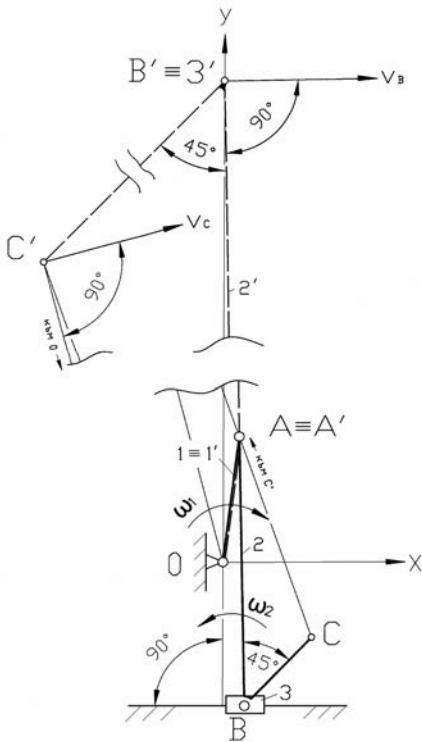
Нека за показаното положение на коляно-мотовилковия механизъм от фиг. 1 (изобразен с плътна дебела линия) да се построи вторичният модел и чрез него да се определят ъгловата скорост на мотовилката 2 и скоростите на точки  $B$  и  $C$ . Коляното 1 се върти с постоянна ъглова скорост  $\omega_1$ .



Фигура 1

Вторичният модел на механизма се построява по правила, посочени в цитираните работи. Важна особеност е, че звената на вторичния модел запазват формата (респ. своите пропорции) и успоредността си спрямо оригиналните звена на механизма. Приема се точка  $O$  за център на модела, а началното звено  $I$  на механизма – за основно звено на модела, поради което това звено и неговият вторичен образ  $I'$  съвпадат ( $I \equiv I'$ ). При това положение точка  $A$  съвпада със своя вторичен образ  $A'$ , т.е.  $A \equiv A'$  (това е валидно и при  $\omega_1 \neq \text{const}$ ).

Вторичният образ  $B'$  на точка  $B$  от мотовилката 2 е пресечна точка на правата, която минава през центъра  $O$  и е перпендикулярна на направлението на плъзгане на плъзгача 3, и на правата, която минава през точките  $B'$  и  $B$  (в случая продължение на  $AB$ ). Тогава скоростта  $\vec{V}_B$  на точка  $B$  от звено 2 е перпендикулярна на отсечката  $OB'$  и е с посока, съответстваща на посоката на  $\omega_1$  спрямо центъра  $O$ . Големината на тази скорост е:



Фигура 2

$$V_B = \omega_1 \cdot OB' \tag{1}$$

Точки  $A'$  и  $B'$  определят положението на вторичния образ  $2'$  на мотовилката 2 във вторичния модел на механизма (вторичните образи на звената се изобразяват с прекъснатата линия). Ъгловата скорост  $\omega_2$  на мотовилката 2 е с големина:

$$\omega_2 = -\frac{A'B'}{AB} \omega_1 \tag{2}$$

Знакът „минус“ се получава в резултат на това, че отсечките  $A'B'$  и  $AB$  имат прогивоположни посоки. Този знак показва, че  $\omega_2$  е с противоположна посока на  $\omega_1$ . Ако отсечките  $A'B'$  и  $AB$  са еднопосочни, знакът в уравнение (2) е „плюс“, като в случая  $\omega_2$  еднопосочна на  $\omega_1$ .

От своя страна вторичният образ  $C'$  на точка  $C$  от мотовилката 2 е пресечна точка на правата, която минава през точка  $B'$  и е успоредна на отсечката  $BC$ , и на правата, която минава през точките  $A \equiv A'$  и  $C$ . Тогава скоростта  $\vec{V}_C$  на точка  $C$  от звено 2 е перпендикулярна на отсечката  $OC'$  и е с посока, съответстваща на посоката на  $\omega_1$  спрямо центъра  $O$ . Големината на тази скорост е:

$$V_C = \omega_1 OC' \tag{3}$$

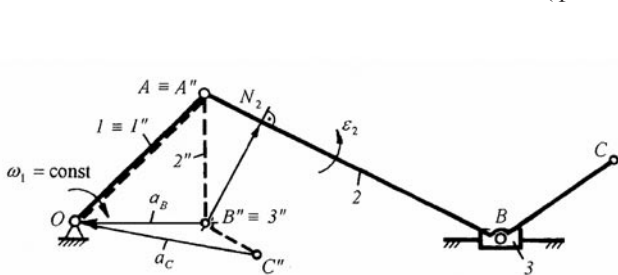
Отсечката  $B'C'$  е част от вторичния образ  $2'$  на звено 2. Освен това точка  $B'$  е вторичен образ на точка  $B$  от плъзгача 3. Тъй като това звено извършва праволинейна транслация, то вторичният му образ  $3'$  съвпада с точка  $B'$ , т.е.  $B' \equiv 3'$ .

Обобщено може да се каже, че вторичният модел на механизма за даден момент от движението представлява тяло, което се върти около центъра  $O$  с моментната ъглова скорост  $\omega_1$ . Това тяло е изградено от свързаните помежду си вторични образи на звената. Ако се иска да се определи скоростта на произволна точка  $D$  от механизма (непоказана на фиг. 1), е достатъчно да се намери вторичният образ  $D'$  на тази точка (също непоказан на фиг. 1), като се използват съответните пропорции между звената и техните образи. Тогава скоростта  $\vec{V}_D$  на точка  $D$  от звено 2 е перпендикулярна на отсечката  $OD'$  и е с посока, съответстваща на посоката на  $\omega_1$  спрямо центъра  $O$ . Големината на тази скорост е  $V_D = \omega_1 \cdot OD'$ .

На фиг. 2 за посоченото положение и по оказаната процедура е построен вторичният модел на коляно-мотовилков механизъм със следните данни:  $OA = 0,04$  m,  $AB = 0,085$  m,  $BC = 0,03$  m,  $\omega_1 = 5$  s<sup>-1</sup> = const. Търсят се скоростите на точки  $B$  и  $C$  и ъгловата скорост на мотовилката 2. Тук построението на модела излиза извън границите на чертожния лист. Получени са следните резултати:  $V_B = 1,58$  m/s,  $V_C = 1,27$  m/s,  $\omega_2 = 16,24$  s<sup>-1</sup>. Посоките на тези величини са показани на фигурата.

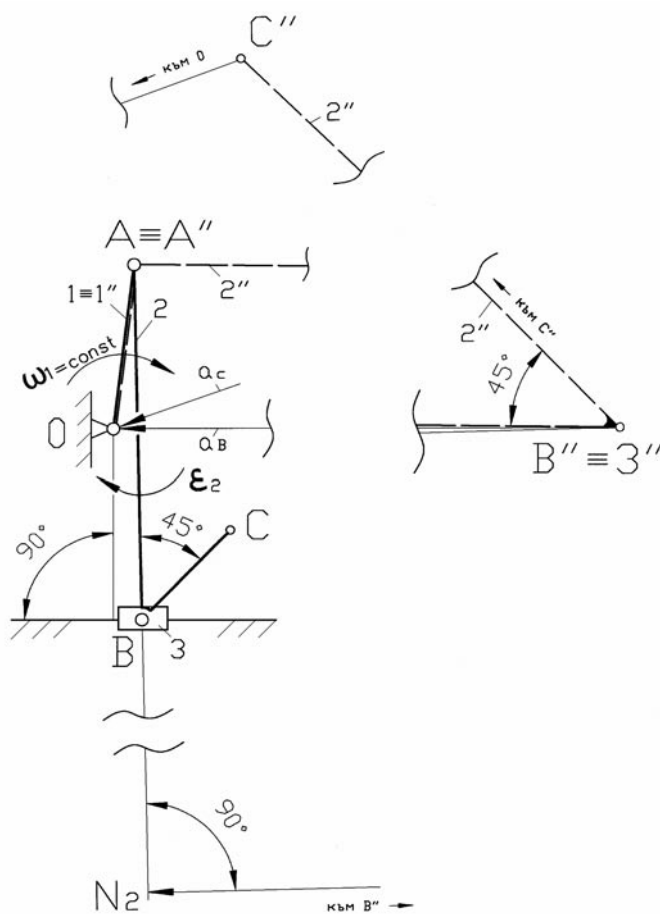
Нека за същото положение на коляно-мотовилковия механизъм от фиг. 1 да се построи третичният модел и чрез него да се определят ъгловото ускорение на мотовилката 2 и ускоренията на точки  $B$  и  $C$ .

Третичният модел на механизма се построява по правила, посочени в цитираните работи. И тук звената на третичния модел запазват формата (респ. своите пропорции) спрямо оригиналните звена на механизма, но са завъртяни спрямо тях на определен ъгъл. Приема се точка  $O$  за център на третичния модел, а началното звено  $I$  на механизма – за основно звено на модела (фиг. 3). Тъй като  $\omega_1 = \text{const}$ , то звено  $I$  и неговият третичен образ  $I''$  съвпадат ( $I \equiv I''$ ). При това положение



Фигура 3

точка  $A$  съвпада със своя третичен образ  $A'$ , т.е.  $A \equiv A''$  (при  $\omega_1 = \text{const}$  звено  $I$  и неговият третичен образ  $I''$  не съвпадат –  $A''$  се измества перпендикулярно на  $OA$  по посока, обратна на  $\epsilon_1$  [2]). Третичният образ  $B''$  на точка  $B$  от мотовилката 2 е пресечна точка на правата, която минава през центъра  $O$  и е успоредна на направлението на плъзгане на плъзгача 3, и на правата, която е перпендикулярна на отсечката  $AB$  и е на разстояние  $AN_2$  от образа



Фигура 4

звено 2 е с посока от  $C''$  към  $O$  и големина

$$a_C = \omega_1^2 \cdot OC'' \quad (7)$$

Отсечката  $B''C''$  е част от третичния образ  $2''$  на звено 2. Освен това точка  $B''$  е третичен образ на точка  $B$  от плъзгача 3. Тъй като това звено извършва праволинейна трансляция, то третичният му образ  $3''$  съвпада с точка  $B''$ , т.е.  $B'' \equiv 3''$ .

И тук обобщено може да се каже, че третичният модел на механизма за даден момент от движението представлява тяло, което се върти около центъра  $O$  с постоянна ъглова скорост, равна на моментната ъглова скорост  $\omega_1$ . Това тяло е изградено от свързаните помежду си третични образи на звената. Ако се иска да се определи ускорението на произволна точка  $D$  от механизма (непоказана на фиг. 3), е достатъчно да се намери третичният образ  $D''$  на тази точка (също непоказан на фиг. 3), като се използват съответните пропорции между звената и техните образи. Тогава ускорението  $\vec{a}_D$  на точка  $D$  от звено 2 е с посока от  $D''$  към  $O$  и големина  $a_D = \omega_1^2 \cdot OD''$ .

На фиг. 4 по оказаната процедура е построен третичният модел на коляно-мотовилковия механизъм от фиг. 2. Търсят се ускоренията на точки  $B$  и  $C$  и ъгловото ускорение на мотовилката 2. Тук построението на модела излиза извън границите на чертожния лист. Големината на отсечката  $A'B'$ , необходима за изчисляване на големината на отсечката  $A''N_2$  по формула (4), се отчита от фиг. 2. Получени са следните резултати:

$$a_B = 524,50 \text{ m/s}^2, \quad a_C = 395,30 \text{ m/s}^2, \quad \varepsilon_2 = 6176,50 \text{ s}^{-2}.$$

Посоките на тези величини са показани на фиг. 4.

$A''$ . Големината на отсечката  $A''N_2$  се определя по формулата

$$A''N_2 = \frac{(A'B')^2}{AB}, \quad (4)$$

като посоката от  $A''$  към  $N_2$  съответства на посоката от  $A$  към  $B$ . Големината на отсечката  $A''N_2$  се отчита от фиг. 1. Тогава ускорението  $\vec{a}_B$  на точка  $B$  от звено 2 е с посока от  $B''$  към  $O$  и големина

$$a_B = \omega_1^2 \cdot OB'' \quad (5)$$

Точки  $A''$  и  $B''$  определят положението на третичния образ  $2''$  на мотовилката 2 в третичния модел на механизма (третичните образи на звената се изобразяват също с прекъсната линия). Разглежда се отсечката  $B''N_2$  като вектор  $\vec{B''N_2}$  и се гледа завъртането на отсечката  $A''B''$  от този вектор спрямо точка  $A''$ . Посоката на това завъртане (в случая обратно на часовниковата стрелка) определя посоката на ъгловото ускорение  $\varepsilon_2$  на звено 2. Големината на това ускорение се определя по формулата:

$$\varepsilon_2 = \frac{B''N_2}{AB} \omega_1^2 \quad (6)$$

Лесно се построява и образът  $C''$  на точка  $C$  от мотовилката 2. Триъгълникът  $A''B''C''$  е подобен и еднакво ориентиран на триъгълника  $ABC$ . Тогава ускорението  $\vec{a}_C$  на точка  $C$  от

## Заклучение

Решен е конкретен пример за построяване на вторичния и третичния модел на коляно-мотовилков механизъм с помощта на специализирана компютърна програма, като се избира положение на механизма, при което построенията на моделите излизат извън границите на чертожния лист. По аналогичен начин могат да се построят моделите и на други равнинни лостови механизми, като за целта се използват правилата, разгледани в цитираните работи. В крайна сметка подходящите компютърни програми значително облекчават построяването на моделите и извършването на необходимите изчисления. Определянето на ъгловите скорости и ъгловите ускорения на звената на механизмите, както и на скоростите и ускоренията на произволни точки от тях за даден момент от движението с тези програми става бързо и с голяма точност. Решението на задачата не се затруднява и в случаите, когато построенията на моделите излизат извън границите на чертожния лист.

## Литература

1. Пиперков, Д., Вторично моделиране в теоретичната механика. Дисертация за получаване на научната степен „кандидат на техническите науки”, С., ВМЕИ „В. И. Ленин”, 1987.
2. Тенчев, В., Третичен модел на коляно-мотовилков механизъм. Сп. „Механика на машините”, бр. 70, изд. на ТУ – Варна, 2007.
3. Тенчев, В., Третичен модел на четиризвенеен механизъм. Сп. „Механика на машините”, бр. 70, изд. на ТУ – Варна, 2007.
4. Тенчев, В., Третичен модел на кулисен механизъм от I род. Сп. „Механика на машините”, бр. 71, изд. на ТУ – Варна, 2007.
5. Тенчев, В., Третичен модел на кулисен механизъм от II род. Сп. „Механика на машините”, бр. 71, изд. на ТУ – Варна, 2007.
6. Тенчев, В., Третичен модел на кулисен механизъм със задвижваща кулиса. Сп. „Механика на машините”, бр. 75, изд. на ТУ – Варна, 2008.